I2 Force et couple de Laplace

Objectifs du chapitre

1. Connaître le dispositif des rails de Laplace : barre conductrice en translation rectiligne sur deux rails parallèles dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire et orthogonal à la barre.
2. Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme.
3. Établir et connaître l'expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d'une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire.
4. Évaluer la puissance des forces de Laplace.
5. Connaître le dispositif d'une spire rectangulaire, parcourue par un courant en rotation autour d'un axe de symétrie passant par les deux milieux de cotés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à l'axe.
6. Établir et connaître l'expression du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique de la spire rectangulaire.
7. Connaître l'action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Connaître les positions d'équilibre et leur stabilité.
8. Connaître la création d'un mouvement circulaire.
9. *Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole.*
10. *Mettre en mouvement de rotation une aiguille aimantée grâce au champ magnétique créé par plusieurs bobines.*

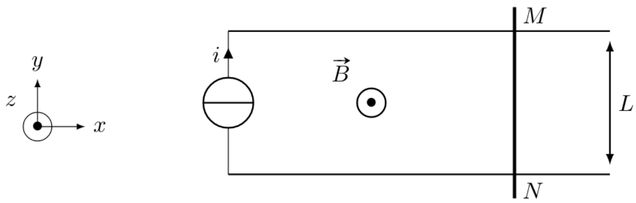
Plan du cours

Lorsqu'un circuit est parcouru par un courant électrique en présence d'un champ magnétique, une force apparaît. Cette force de Laplace est à la base des conversions électromécaniques que nous étudierons au chapitre suivant.

1 La force de Laplace

1.1 Mise en évidence expérimentale

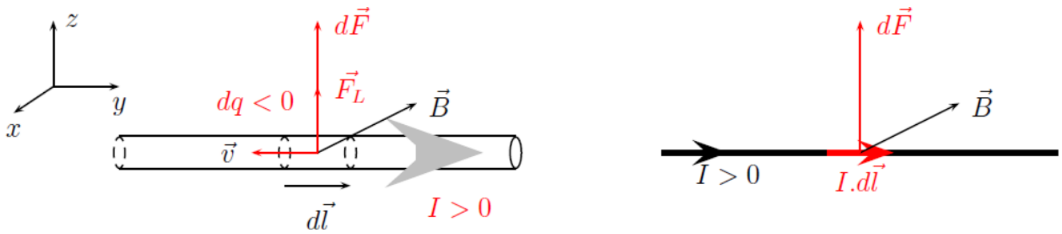
Expérience Vidéos d'expériences :
- Expérience de la force de Laplace
- Rails de Laplace
- Animation sur le rail de Laplace



On constate que la tige (ici la tige MN) se met en mouvement lorsque le courant est présent. Nécessairement une force est apparue, cette force est la force de Laplace. La tige part dans un sens ou un autre selon le sens de i ou de $\vec{B}$.

1.2 Force de Laplace

On considère dans cette partie une portion de circuit plongée dans un champ magnétique **extérieur** $\vec{B}$ uniforme (identique en tous points de l'espace) et stationnaire (indépendant du temps). Cette portion de circuit crée également un champ magnétique, appelé champ propre que l'on négligera ici devant le champ extérieur.



Considérons un fil conducteur parcouru par un courant I et plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$. Une portion $\vec{d\ell}$ de ce conducteur (de longueur $d\ell$ et orienté dans le sens de i) subit une force dite de Laplace donnée par :

$$\overrightarrow{dF}_L = i\overrightarrow{d\ell} \wedge \overrightarrow{B}$$

le vecteur $\overrightarrow{d\ell}$ est orienté dans le sens du courant i. Cette force est orthogonale au conducteur et au champ magnétique. Pour obtenir la force subie par une portion complète de conducteur, il suffit d'intégrer sur le contour de celui-ci :

$$\vec{F}_L = \oint_{circuit} i\overrightarrow{d\ell} \wedge \overrightarrow{B}$$

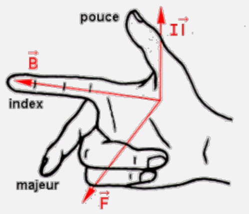
Définition

La force de Laplace qui s'exerce sur la barre conductrice MN soumise à un courant i et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire $\vec{B}$ vaut :

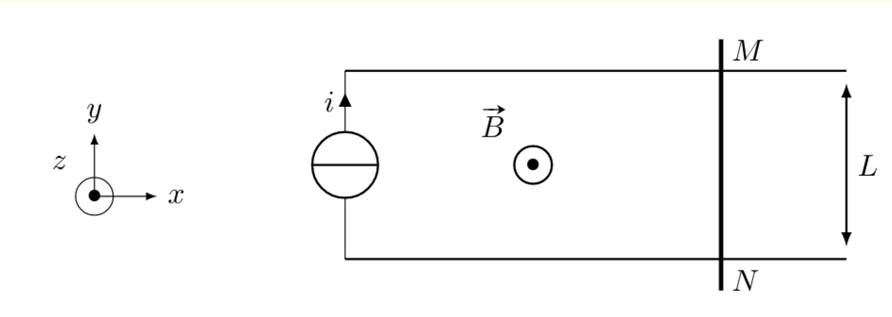
$$\vec{F}_L = i\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$

ATTENTION : cette définition implique que le vecteur $\overrightarrow{MN}$ est orienté par la convention choisie pour le courant i comme dans le schéma de la figure ci-dessus.

Remarque Règle de la main droite :



Application 1: Force de Laplace



Montrer que dans le schéma de l'expérience des rails de Laplace, la force de Laplace vaut $-iLB\vec{e}_x$. Comment changer le sens de la force ?

1.3 Puissance de la force de Laplace

Définition

La puissance délivrée par la force de Laplace qui s'exerce sur une barre conductrice MN soumise à un courant i, animée d'une vitesse $\vec{v}$ et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire $\vec{B}$ vaut :

$$P_L = \vec{F}_L.\vec{v}$$

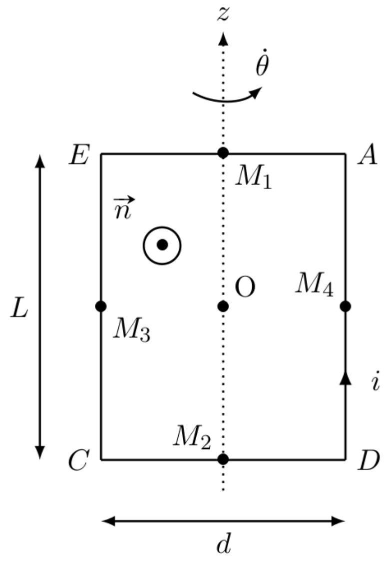
Application 2: Puissance d'une force

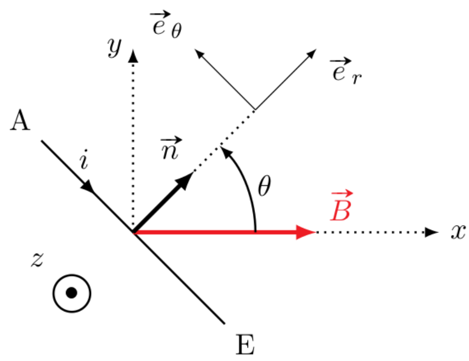
Montrer que dans le schéma de l'expérience des rails de Laplace, la puissance de la force de Laplace vaut $-iLB\dot{x}$

2 Couple des actions mécaniques de Laplace

2.1 Présentation

On considère un cadre rectangulaire AECD parcouru par un courant i. Ce cadre est susceptible de tourner autour de l'axe (Oz). On impose un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_x$. On note θ l'angle entre $\vec{B}$ et la normale au cadre orienté dans le sens de i que l'on notera $\vec{n}$. La situation est schématisée sur la figure ci-dessous :





Vue de dessus

2.2 Calcul de la force de Laplace

La force totale de Laplace est la somme des forces sur chaun des éléments du cadre, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned}
\vec{F}_L &= \vec{F}_{AE} + \vec{F}_{EC} + \vec{F}_{CD} + \vec{F}_{DA} \\
&= i\overrightarrow{AE} \wedge \vec{B} + i\overrightarrow{EC} \wedge \vec{B} + i\overrightarrow{CD} \wedge \vec{B} + i\overrightarrow{DA} \wedge \vec{B} \\
&= i\left(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CD}\right) \wedge \vec{B} + i\left(\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{DA}\right) \wedge \vec{B} \\
&= \vec{0}
\end{aligned}$$

L'action de la force de Laplace est donc un **couple**. On peut généraliser ce résultat à n'importe quel circuit fermé : la résultante des forces de Laplace est toujours nulle.

2.3 Calcul du moment du couple de Laplace

— Sur AE la force de Laplace $\vec{F}_{AE}$ est suivant $\vec{e}_z$. Ainsi le moment de la force suivant l'axe Oz est :

$$M_z(\vec{F}_{AE}) = \left(\overrightarrow{OM_1} \wedge \vec{F}_{AE}\right).\vec{e}_z = 0$$

— Sur la portion EC, la force de Laplace est équivalente à une force unique s'appliquant au milieu de EC que l'on note M_3 :

$$\vec{F}_{EC} = i\overrightarrow{EC} \wedge \vec{B} = -iLB\vec{e}_y$$

On en déduit donc :

$$M_z(\vec{F}_{EC}) = \left(\overrightarrow{OM_4} \wedge \vec{F}_{EC}\right).\vec{e}_z = i\left(\left(-\frac{d}{2}\vec{e}_\theta\right) \wedge (-iLB\vec{e}_y)\right).\vec{e}_z = -iL\frac{d}{2}B\sin\theta$$

Calcul de forces de Laplace Montrer que le moment de la force de Laplace suivant l'axe Oz sur CD est nul.
Montrer que le moment de la force de Laplace suivant l'axe Oz sur DA vaut aussi $-iL\frac{d}{2}B\sin\theta$.

Au final en sommant tous les moments on a :

$$\Gamma_z = -iLdB\sin\theta$$

On introduit la surface de la spire $S = Ld$ et on peut donc définir le moment magnétique de la boucle $\overrightarrow{\mathcal{M}} = iS\vec{n}$ avec $\mathcal{M} = iS$. Ainsi on peut écrire :

$$\Gamma_z = -\mathcal{M}B\sin\theta$$

On peut ainsi généraliser l'expression du couple (ou moment des forces) à un moment magnétique quelconque (spire, aimant, boussole,...)

Définition

Le moment du couple des forces de Laplace par rapport à un axe $\vec{e}_\Delta$ sur un moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ plongé dans un champ uniforme et stationnaire $\vec{B}$ vaut :

$$\boxed{\Gamma_\Delta = \left(\overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}\right).\vec{e}_\Delta}$$

3 Action d'un champ magnétique sur un aimant

Expérience Oscillation d'une boussole

3.1 Champ magnétique extérieur

Par analogie avec le cas de la spire, on peut montrer que le moment du couple créé par un champ magnétique par rapport à un axe de rotation $\vec{e}_\Delta$ sur un moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ vaut $M_\Delta = \left(\overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}\right).\vec{e}_\Delta$
Le couple magnétique exercé par un champ magnétique $\vec{B}$ sur un aiment de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ tend à aligner $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ sur le vecteur $\vec{B}$.
Ainsi, le mouvement d'un aimant dans un champ magnétique uniforme, en supposant que $\vec{B}$ et $\vec{M}$ sont tous deux orthogonaux à $\vec{e}_\Delta$ et en notant θ l'angle entre $\vec{B}$ et $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ il vient par application du TMC :

$$J_\Delta\ddot{\theta} = \left(\overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}\right).\vec{e}_\Delta = -\mathcal{M}B\sin\theta$$

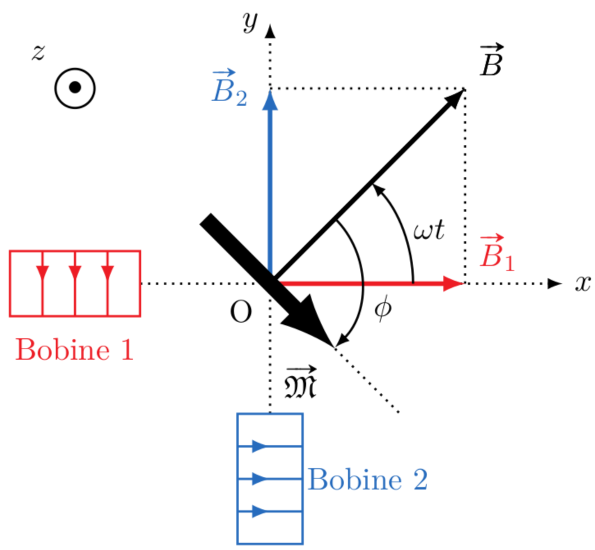
avec J_Δ le moment d'inertie de l'aimant par rapport à l'axe Δ. Il s'agit d'un mouvement oscillant du même type que celui du pendule pesant.
Par analogie avec le mouvement du pendule pesant, le système connaît deux positions d'équilibre :

- la position d'équilibre stable $\theta = 0$: le moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ sont alignés ;
- La position d'équilibre instable $\theta = \pi$: le moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ sont de sens opposés ;

La présence de frottements mécanique au niveau de la liaison des boussoles et les vibrations ambiantes conduisent donc celles-ci à s'orienter le long du champ magnétique. Sans sources artificielles de champ, les boussoles s'orientent donc le long des lignes de champ du champ magnétique terrestre, donc vers le pôle Sud Magnétique, proche du pôle Nord géographique.

3.2 Création d'un mouvement circulaire

Pour produire un mouvement circulaire (principe d'un moteur électrique) on peut utiliser un aimant que l'on met en rotation à l'aide d'un champ magnétique (créé par plusieurs bobine).
L'idée de base est la suivant : on place deux bobines à $90°$ l'une de l'autre. La bobine 1 est parcourue par un courant $i_1 = i_0\cos(\omega t)$ et la bobine 2 par un courant $i_2 = i_0\cos(\omega t + \pi/2)$. Ces deux bobines fixes sont nommées stator.
On place en O un système que l'on nomme rotor caractérisé par son moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$. On considère que le champ produit par chacune des bobines est uniforme.
Le rotor est soumis à un couple qui tend à l'aligner avec le champ magnétique, celui-ci va se mettre en rotation. C'est le principe du moteur synchrone : le champ et l'aiguille tournent à la même vitesse.



En pratique on utilise des courants triphasé, c'est-à-dire trois courants tous déphasés de $2\pi/3$ qui permettent facilement de créer un champ tournant.