Fiche objectifs

M4 Solide en rotation autour d'un axe fixe

Objectifs du chapitre

1. Savoir distinguer un solide d'un système déformable
2. Connaître le mouvement de rotation autour d'un axe fixe d'un solide : savoir décrire la trajectoire d'un point quelconque du solide et exprimer sa vitesse en fonction de sa distance par rapport à l'axe et de sa vitesse angulaire.
3. Connaître le théorème scalaire du moment cinétique appliqué au solide en rotation autour d'un axe.
4. Exploiter la relation pour le solide entre moment cinétique scalaire, la vitesse angulaire de rotation et le moment d'inertie fourni.
5. Relier qualitativement le moment d'inertie à la répartition des masses.
6. Savoir calculer le moment d'une force par rapport à un axe orienté, en privilégiant l'utilisation du bras de levier.
7. Définir un couple de force, le moment d'un couple.
8. Savoir définir une liaison pivot et justifier la valeur du moment qu'elle peut produire.
9. Savoir déterminer l'équation du mouvement d'un solide en rotation autour d'un axe fixe (avec le moment d'inertie fourni).
10. Établir l'équation du mouvement du pendule pesant. Établir une intégrale première du mouvement.
11. Connaître et utiliser l'expression de l'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe (avec le moment d'inertie fourni).
12. Connaître le théorème de l'énergie cinétique d'un solide en rotation et établir l'équivalence entre théorème scalaire du moment cinétique et celui de l'énergie cinétique.
13. Prendre en compte le travail des forces intérieures pour un système déformable. Utiliser sa nullité dans le cas d'un solide.
14. Réaliser le bilan énergétique du tabouret d'inertie.

Plan du cours

Applications

Application 1: Balle de ping-pong

Une balle de ping-pong se déplace en ligne droite en tournant sur elle-même. Est-ce une translation ? Une translation rectiligne ?

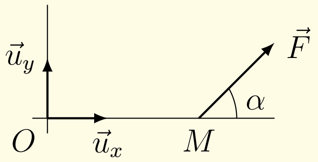
Application 2: Vitesse de rotation

La vitesse de rotation du rotor d'une éolienne est d'environ 12 tours/minutes. Sachant que certaines pales ont une longueur de 60 m, en déduire la vitesse de l'extrémité de la pale.

Application 3: Moment scalaire d'une force

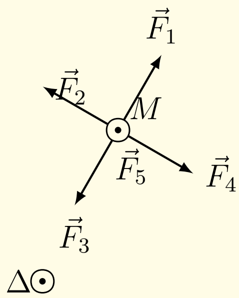
Un point M a pour coordonnées $(x_0, 0, 0)$ où x_0 est une constante positive. Une force $\vec{F}$ s'applique sur le point M. Cette force, de norme F, est parallèle au plan xOy et fait un angle α par rapport à Ox.

1. Calculer $M_{Oz}(\vec{F})$



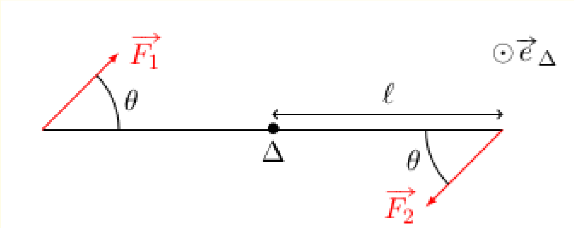
Application 4: Bras de levier

1. Reprendre l'application précédente en utilisant le bras de levier.
2. Sur la figure ci-contre sont représentés un axe Δ et 5 forces. Calculer les moments scalaires de ces 5 forces de même norme $F = \|\vec{F_i}\|$ par rapport à l'axe Δ. La distance de M à l'axe Δ est notée r.



Application 5: Couple de forces

Montrer que le couple des actions qu'exerce un opérateur pour débloquer une valve vaut, avec les notations du schéma, $C = -2F\ell\sin\theta$.

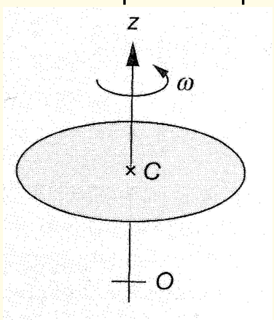


Application 6: Analogies

Exprimer les analogies entre le théorème du moment cinétique et le principe fondamentale de la dynamique.

Application 7: Liaison pivot

1. Considérons un disque en pivot parfait autour de l'axe Oz. Ce disque est initialement lancé à la vitesse angulaire ω_0. Évaluer l'évolution de la vitesse angulaire.
2. La liaison pivot n'est plus parfaite et engendre un couple de frottement $\mathcal{C} = -\alpha\omega$ où α est une constante positive. Répondre à la même question que précédemment.



Application 8: Le pendule pesant

1. Montrer que l'équation du mouvement s'écrit :

$$J_\Delta \ddot{\theta}(t) = -mg\ell \sin\theta(t)$$

2. Montrer que ce pendule est équivalent à un oscillateur pour de petites oscillations
3. Montrer que la quantité :

$$\frac{1}{2} J_\Delta \dot{\theta}(t)^2 - mg\ell\cos\theta$$

est constant au cours du mouvement. Il s'agit d'une **intégrale première du mouvement**

Application 9: Théorèmes énergétiques

1. En utilisant l'expression de l'énergie cinétique, redémontrer le théorème de l'énergie cinétique.
2. Retrouver l'équation du mouvement du pendule pesant à l'aide d'un théorème énergétique.

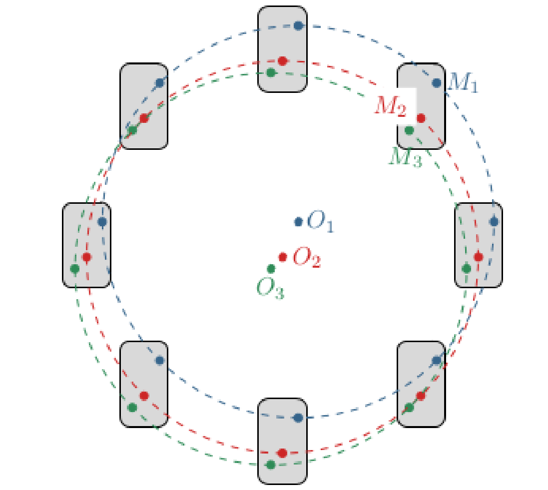
Documents

Document 1: Translation rectiligne

Si la trajectoire de chaque point du solide est un segment de droite, alors la translation est dite rectiligne. Exemple : une cage d'ascenseur ou une voiture circulant sur une route droite sont en translations rectilignes

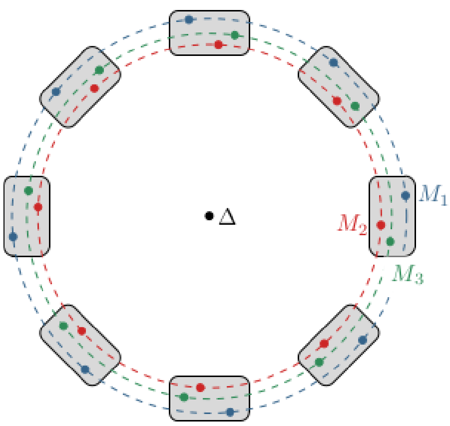
Document 2: Translation circulaire

Si la trajectoire de chaque point d'un solide **en translation** est un arc de cercle, alors la translation est dite **circulaire**. Exemple : le mouvement des nacelles d'une grande roue.



Pour une translation circulaire, les cercles trajectoires ont tous le même rayon mais pas le même centre.

Document 3: Rotation autour d'un axe fixe



La trajectoire de chaque point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe est un cercle, inclus dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation et dont le centre est sur l'axe, mais tous les cercles trajectoire n'ont pas le même rayon.