Outils	Nombres complexes

On note a et b des réels et $\underline{z}$, $\underline{z}_1$ et $\underline{z}_2$ des complexes.

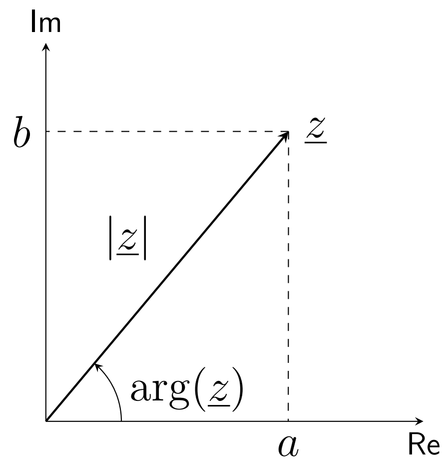
Interprétation géométrique

Soit

$$\boxed{\underline{z} = a + jb}$$

On se place dans le plan complexe. On peut associer au nombre complexe $\underline{z}$ un vecteur donc :

- a et b donc les coordonnées
- $|\underline{z}|$ est la norme
- $\arg(\underline{z})$ est l'angle entre l'axe des abscisses et le vecteur représentant $\underline{z}$



Calcul du module

Propriétés :

$$|\underline{z}_1\underline{z}_2| = |\underline{z}_1| \times |\underline{z}_2| \quad \text{et} \quad \left|\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right| = \frac{|\underline{z}_1|}{|\underline{z}_2|}$$

$$\boxed{|\underline{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}}$$

Calcul de l'argument

Propriétés :

$$\arg(\underline{z}_1\underline{z}_2) = \arg(\underline{z}_1) + \arg(\underline{z}_2) \quad \text{et} \quad \arg\left(\frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}\right) = \arg(\underline{z}_1) - \arg(\underline{z}_2)$$

$$\boxed{\arg(\underline{z}) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \text{si } a > 0$$

En physique on a presque tout le temps $a > 0$.
Si $a < 0$ alors :

$$\arg(\underline{z}) = \pi + \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \quad \text{si } a < 0$$

Démonstration pour $a < 0$:

$$\begin{aligned}\arg(a+jb) &= \arg[(-1)(-a-jb)]\\ &= \arg(-1) + \arg(-a-jb)\\ &= \pi + \arctan\left(\frac{-b}{-a}\right)\\ &= \pi + \arctan\left(\frac{b}{a}\right)\end{aligned}$$

Valeurs particulières

Pour $a > 0$ (a étant un réel)

$$\begin{aligned}\arg(a) &= 0\\ \arg(-a) &= \pi\\ \arg(ja) &= \frac{\pi}{2}\\ \arg(-ja) &= -\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

Exponentielle complexe

$$\boxed{e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + j\sin(\varphi)}$$

On a donc :

$$\text{Re}(e^{j\varphi}) = \cos\varphi \quad \text{et} \quad \text{Im}(e^{j\varphi}) = \sin\varphi$$

On a :

$$\boxed{|e^{j\varphi}| = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1}$$

Si $\underline{z} = Xe^{j\varphi}$ avec $X > 0$ alors

$$\boxed{\left|Xe^{j\varphi}\right| = X} \quad \text{et} \quad \boxed{\arg\left(Xe^{j\varphi}\right) = \varphi}$$