Cours

Outils — Dimensions et unités

Objectifs du chapitre

1. Connaître les 7 dimensions.
2. Trouver la dimension d'une grandeur à partir d'une formule.
3. Vérifier l'homogénéité d'une formule donnée.
4. Citer (au moins) 4 des unités de base du SI.
5. Effectuer une opération en respectant le nombre de chiffres significatifs.

Plan du cours

La physique-chimie, comme toutes les sciences expérimentales, nécessite des va et vient entre modèles théoriques et observations expérimentales. Seule la comparaison des observation expérimentales avec les prévision d'un modèle théorique permet de valider ou non le modèle en question. La seule chose que l'on sait comparer sont des nombres, il est donc nécessaire de traduire les grandeurs physiques en chiffres pour les comparer, c'est le but de la mesure.

1 Dimensions en physique

1.1 Les 7 dimensions fondamentales

Toute grandeur physique peut s'expriment en fonction des 7 dimensions suivantes : 1

— longueur L ;

— temps T ;

— masse M ;

— température θ ;

— intensité électrique I ;

— intensité lumineuse J ;

— quantité de matière N ;

Ne pas confondre L et M, l'erreur étant courante de passer de l'unité mètre à la dimension M alors qu'il s'agit bien de L.

Pour exprimer la dimension d'une quantité physique, on peut l'écrire entre crochets :

$$[r] = L \qquad [v] = \frac{L}{T} \qquad [P] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{[M][L][S]^{-2}}{[L]^2} = \frac{[M]}{[L][S]^2} \tag{1}$$

Certaines quantités sont sans dimension. Dans ce cas [quantité sans dimension] $= 1$

Par exemple, le diamètre est défini comme 2 fois le rayons, on écrit donc :

$$[D] = [2][r] = [r] \quad \text{car} \quad [2] = 1$$

- La dimension de la somme (ou de la différence) de 2 grandeurs physiques A et B est égale à la dimension de A et B :
$$[A+B] = [A] = [B]$$
- La dimension du produit de deux grandeurs physiques A et B est égale au produit de la dimension de A et B :
$$[A \times B] = [A] \times [B]$$
- La dimension du quotient de deux grandeurs physiques A et B est égale au produit de la dimension de A et B :
$$[\frac{A}{B}] = \frac{[A]}{[B]}$$
- La dimension de la puissance d'une grandeur A est égale à la puissance de la dimension de A :
$$[A^n] = [A]^n$$

2

Application 1: Dimensions

1. Sachant que le poids vaut $P = mg$ avec m la masse du corps et $g = 9{,}81\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (accélération de la pesanteur), donner la dimension du poids.
2. Sachant que l'énergie cinétique s'exprime par $E = \frac{1}{2}mv^2$, donner la dimension de E.
3. Sachant que $i = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, donner la dimension de la charge électrique q.

1.2 Cas particuliers

- Les angles, mais également le rapport de quantités homogènes, sont sans dimensions.
- Quand on dérive ou l'on intègre, la dimension de la quantité obtenue change.

$$\left[\frac{df}{dx}\right] = \frac{[f]}{[x]} \qquad \text{et} \qquad \left[\int f(x)dx\right] = [f][x] \tag{2}$$

- Certaines fonctions mathématiques n'admettent que des arguments adimensionnés (ex : $\exp$, $\cos$, $\sin$, $\ln$)

1.3 Homogénéité

Il est important de comparer ce qui est comparable. Seules des quantités physique de même dimension peuvent être comparées, additionnées ou soustraites : on dit que ces quantités sont **homogènes** entre elles.

Règles de calcul

Pour les calculs, il y a des règles à respecter :

— addition et soustraction : possible uniquement si les grandeurs ont la même unité

— multiplication et divisions : toujours possible mais il faut multiplier ou diviser les unités aussi (Exemple : $x = \frac{1}{2}gt^2$)

— Fonctions mathématiques : ne marchent uniquement que sur des nombres sans unités

> **Exemple** Si r et a ont la même dimension, on peut écrire $r + a$, mais pas $(\frac{1}{r} + a)$

Intérêts

3

— Vérifier qu'une formule n'est pas fausse. Exemple $v = d \times t$. Il y a des erreurs types qui permettent de se rendre compte qu'il y a des étourderies dans un calcul :

$$l + 1/l' \qquad exp(t) \qquad \frac{R_1 R_2}{1 + R_3}$$

— Essayer de trouver l'influence de chaque paramètre sur un phénomène. Exemple du pendule simple : dépend de la masse du pendule (en kg), de sa longueur (en m) et de l'accélération de la pesanteur (en m/s^2). On trouve une formule de la forme :

$$T = \sqrt{\frac{l}{g}}$$

2 Unités

Unité de mesure de longueur : mètre, pouce, pief, yard, année-lumière... Par exemple, je monte au sommet de la tour Eiffel de 1063 pieds alors que je mesure 1,75m. A quelle altitude est le sommet de ma tête ? Pas facile de résoudre ce problème sans un système d'unité identique

Ressource Article du monde (04/08/2019)
Citation :
Sans remonter aux origines de l'humanité, la plupart des sociétés organisées ont eu rapidement besoin de se mettre d'accord sur la façon de mesurer des volumes ou des poids – pour vendre des liquides ou des aliments – ou déterminer la taille des champs.
La division du pouvoir politique a cependant entraîné des divergences de définition des unités de mesure. Ainsi, avant 1799, le « pied, utilisé partout, était une mine inépuisable de confusion » pour mesurer une distance ou une longueur, écrit Jacques Blamont, de l'Académie des sciences. Un pied mesurait en effet 32,48 cm à Paris, 30,48 à Londres, 38,03 à Bologne (Italie), 29,68 dans le sud de la Suède...
Il en va de même pour les unités de volume : si le nom est le même partout dans le royaume, la définition variait. Au début du XVIIIe siècle, à Paris, la pinte est un tiers plus petite qu'à Saint-Denis, pourtant distant de quelques kilomètres seulement : mieux valait donc aller boire une bière à 6 000 toises de Paris (environ 11,5 km). Cette multitude de valeurs pour une même unité de mesure s'éteint lentement à partir de l'adoption du système métrique en France le 10 décembre 1799. Dix ans plus tôt, les cahiers de doléances remis par les représentants du tiers état réclamaient déjà un système unifié à l'échelle du royaume.

2.1 Unités usuelles

4

- **Temps : la seconde**. Initialement définie par la durée du jour terrestre, elle est maintenant basée sur une transition atomique du Césium. On atteint une précision à 10^{-15} !
- **Distance : le mètre**. Pendant très longtemps, le mètre a été défini comme la longueur d'un morceau de platine iridié, lui-même issu de la circonférence terrestre. A l'heure actuelle, il est basé sur la vitesse de la lumière et une mesure de temps : il s'agit de la distance parcourue en $\frac{1}{299792458}$ seconde par la lumière dans le vide.
- **Masse : le kilogramme** Initialement défini comme le volume de 1 dm d'eau à 4 ˚C, elle correspondit ensuite à un certain volume de platine iridié.Seule unité purement définie par un objet matériel, le BIPM a décidé de l'annexer sur la valeur fixée de la constante de Planck, qui s'exprime en $J \cdot s$, c'est-à-dire des $kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$.

Nom	Dimension	Unité
Longueur	L	mètre (m)
Masse	M	kilogramme (kg)
Temps	T	seconde (s)
Intensité du courant	I	Ampère (A)
Température	θ	Kelvin (K)
Quantité de matière	N	mole (mol)
Intensité lumineuse	J	Candela (Cd)

2.2 Unités dérivées

Application 2: Unités

En procédant d'abord par analyse dimensionnelle à l'aide des formules fournies, exprimer dans les unités du système international les unités :

1. d'une accélération ;

2. d'une force (le Newton) sachant que le poids est une force ;
3. d'une énergie (le Joule) sachant que l'énergie cinétique convient ;
4. d'une puissance (le Watt), sachant qu'une puissance est une énergie divisée par une durée ;

2.3 Les chiffres significatifs

a) Nombre de chiffres significatifs

Il faut faire attention lorsqu'on manipule des données physiques à bien tenir compte du nombre de chiffres ayant une réelle signification. Il s'agit du nombre de chiffres donnés à partir du premier non nul.

Exemple	Nombre de chiffres significatifs
3300	4
0033	2
0,0030	2
3.10^{-4}	1
$3,00.10^{-4}$	3
$0,03.10^{-5}$	1

b) Choisir le nombre de chiffres significatifs

Lorsqu'on manipule plusieurs nombres pour effectuer un calcul, il faut tenir compte des chiffres significatifs (CS) de chacun. On applique ensuite deux règles simples :

Le résultat d'une multiplication ou division ne doit pas avoir plus de CS que la donnée qui en a le moins.

Prenons les côtés d'un rectangle que l'on a mesuré et qui vaut $L = 10{,}75\,\text{cm}$ (4 chiffres significatifs) et $\ell = 3{,}54\,\text{cm}$ (3 chiffres significatifs). Sa surface S est donnée par $S = L \times \ell = 38{,}050\,\text{cm}^2$ mais on ne doit conserver que 3 chiffres significatifs donc $\boxed{S = 38{,}1\,\text{cm}^2}$

Le résultat d'une addition ou d'une soustraction ne doit pas avoir plus de décimales que la donnée qui en a le moins.

Prenons 2 objets que l'on pèse avec 2 balances différentes. Sur l'une on lit $m_1 = 120\,\text{kg}$ et sur l'autre $m_2 = 40\,\text{kg}$. Les deux objets auront une masse totale $m = m_1 + m_2 = 160\,\text{kg}$

Autres exemples 5

— $\frac{1033}{0,3} = 3,4.10^{-2}$

— 0,0055 + 1,01 = 1,02 et non 1,0155 car le second chiffre est précis à $10 - 2$ seulement

— 3,6342 - 3,5 = 0,1 et non 0,1342 car le second chiffre est précis à 10^{-1}.

— 3,634 + 0,02 = 3,65

Remarque(s) Ne pas se fier à l'affichage de la calculatrice.

Il y a cela dit une **exception** lors d'une multiplication/division avec des chiffres exacts. Par exemple, on mesure que $2R = 3,4532\Omega$, alors $R = 1,7266$ (et non 2).

Arrondir des nombres intermédiaires lors d'un long calcul peut produire des erreurs qui s'accumulent. On conservera donc toujours le plus grand nombres de chiffres lors d'un calcul et on arrondira seulement le résultat final.