# DS 3 - Physique-chimie

Correction

## 1 Equilibre en solution aqueuse

**Q1.** Toutes les espcèces sont en solution aqueuse. A l'aide d'un tableau d'avancement, on trouve que $[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{eq}} = [\text{F}^-]_{\text{eq}} = c - x_f$ et $[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{eq}} = [\text{HF}]_{\text{eq}} = x_f$
Ainsi la constante d'équilibre, d'après la loi d'action des masses s'écrit :

$$K = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{eq}}[\text{HF}]_{\text{eq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{eq}} = [\text{F}^-]_{\text{eq}}} = \frac{x_f^2}{(c - x_f)^2}$$

Ainsi, on arrive à :

$$x_f^2(K-1) - 2cKx_f + Kc^2 = 0$$
$$-0,975x_f^2 - 5 \times 10^{-3}x_f + 2{,}5 \times 10^{-4} = 0$$

La discriminant est $\Delta = 1 \times 10^{-3}$ et en excluant la solution négative, on a $\boxed{x_f = 1{,}37 \times 10^{-2}\,\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$

**Q2.** Il y a maintenant présence de produits. On doit donc savoir si la réaction a lieu dans le sens direct ou indirect. Pour la question précédente, comme il n'y avait que des réactifs, la question ne se posait pas.
A l'état initial, on a

$$Q_r = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_i[\text{HF}]_i}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_i[\text{F}^-]_i} = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

Comme $\boxed{Q_r > K}$, on en déduit que la réaction se déroule dans le **sens indirect**. Ainsi, on cherche $x_f < 0$.
On a maintenant :

$$K = \frac{(c + x_f)^2}{(c - x_f)^2}$$

On arrive à

$$x_f^2(K-1) - 2cx_f(K+1) + c^2(K-1) = 0$$
$$-0,975x_f^2 - 0,205x_f + 9{,}75 \times 10^{-3} = 0$$

La discriminant est $\Delta = 4 \times 10^{-3}$ et en excluant la solution supérieure à $c$, on a $\boxed{x_f = -7{,}3 \times 10^{-2}\,\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}}$

## 2 Equilibre en phase gazeuse

**Q3.** On commence par faire un tableau d'avancement :

| | $\text{COBr}_2$ | $\rightleftharpoons$ | CO | + | $\text{Br}_2$ | $n_{\text{tot,gaz}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| EI | $n_0$ | | 0 | | 0 | $n_0$ |
| t | $n_0 - \xi$ | | $\xi$ | | $\xi$ | $n_0 + \xi$ |
| EF | $n_0 - \xi_f$ | | $\xi_f$ | | $\xi_f$ | $n_0 + \xi$ |

La pression totale dans le système est d'après la loi des gaz parfaits :

$$P_{\text{tot}}V = (n_0 + \xi)RT \quad \text{soit} \quad P_{\text{tot}} = \frac{(n_0 + \xi)RT}{V}$$

On exprime ensuite les activités :

$$a(\text{COBr}_2) = \frac{P(\text{COBr}_2)}{P^0} = \frac{n(\text{COBr}_2)}{n_{\text{tot,gaz}}}\frac{P_{\text{tot}}}{P^0} = \frac{n_0 - \xi}{n_0 + \xi}\frac{(n_0 + \xi)RT}{VP^0} = (n_0 - \xi)\frac{RT}{VP^0}$$

De même :

$$a(\text{CO}) = a(\text{Br}_2) = \xi\frac{RT}{VP^0}$$

**Q4.** A l'équilibre $Qr = K$ et $\xi = \xi_f$, on en déduit :

$$K = \frac{a_{\text{eq}}(\text{CO})a_{\text{eq}}(\text{Br}_2)}{a_{\text{eq}}(\text{COBr}_2)} = \frac{\xi_f^2}{(n_0 - \xi_f)}\frac{RT}{VP^0}$$

On en déduit l'équation (attention à mettre le volume en m$^3$ et la pression en Pa soit $P^0 = 1\,\text{bar} = 1 \times 10^5\,\text{Pa}$) :

$$\xi_f^2 + K\frac{VP^0}{RT}\xi_f - Kn_0\frac{VP^0}{RT} = 0 \quad \text{soit} \quad \xi_f^2 + 1{,}20\xi_f - 0{,}90 = 0$$

En ne gardant que la solution positive, on a $\boxed{\xi_f = 0{,}52\,\text{mol}}$ A l'état final on a donc $0{,}52$ mol de CO et $Br_2$ et $0{,}23$ mol et $COBr_2$.

**Q5.** Le pourcentage de $COBr_2$ décomposé est :

$$\frac{n_0 - (n_0 - \xi_f)}{n_0} = \frac{\xi_f}{n_0} \approx 70\%$$

**Q6.** Avec l'ajout de 0,5 moles de monoxyde de carbone par rapport à l'équilibre on aura $n(\text{Br}_2) = 0{,}52\,\text{mol}$, $n(\text{COBr}_2) = 0{,}23\,\text{mol}$ et $n(\text{CO}) = 0,52 + 0,5 = 1{,}02\,\text{mol}$

Ainsi le quotient de réaction est :

$$Q_r = \frac{n(\text{Br}_2)n(\text{CO})}{n(\text{COBr}_2)}\frac{RT}{VP^0} = \frac{0,52 \times 1,02}{0,23}\frac{8,31 \times 300}{3 \times 10^{-3} \times 10^5} = 19$$

Comme $\boxed{Q_r > K}$ on en déduit que la réaction se déroule dans le sens indirect.

**Q7.** A rédiger

## 3 Décomposition du peroxodisulfate

**Q8.** L'équation bilan de la transformation est :

$$2\,\text{S}_2\text{O}_8{}^{2-}(\text{aq}) + 2\,\text{H}_2\text{O(l)} = 4\,\text{SO}_4{}^{2-}(\text{aq}) + 4\,\text{H}^+(\text{aq}) + \text{O}_2(\text{g})$$

Les mesures de pression sont adaptées au suivi cinétique de cette réaction car elle se fait en dégageant un seul gaz et sans en consommer. La pression peut donc être facilement reliée à l'avancement de la réaction.

**Q9.** Augmenter la température permet d'augmenter la vitesse de réaction (facteur cinétique) et donc de mener l'étude plus rapidement.

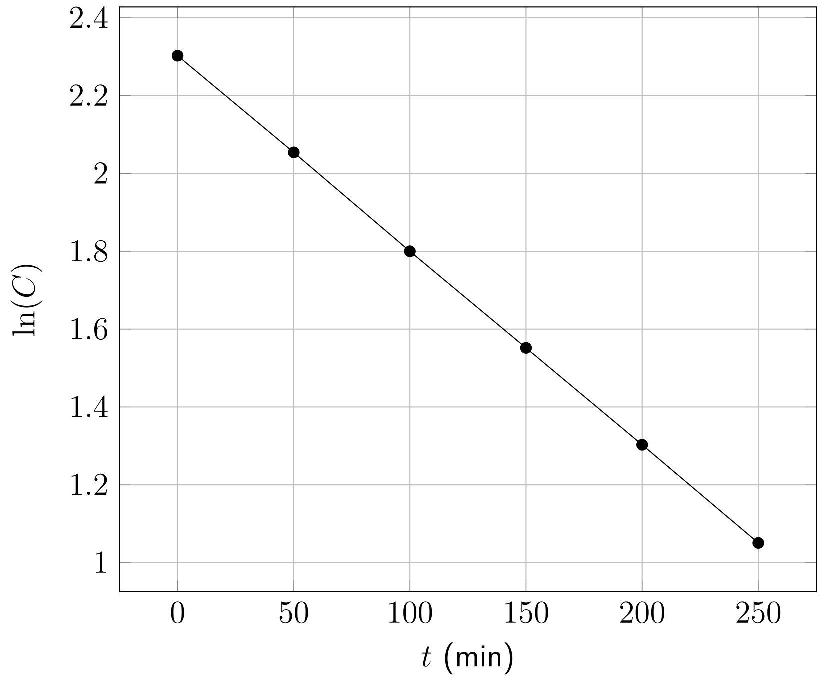
**Q10.** La réaction a lieu en solution aqueuse, l'eau est donc le solvant et il y a dégénrescence de l'ordre par rapport à l'eau.
La vitesse de disparition de $S_2O_8{}^{2-}$ s'écrit, en notant C la concentration en $S_2O_8{}^{2-}$ :

$$v_d = -\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}t} = 2v_r = 2kC^1 \quad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}t} + 2kC = 0$$

La solution de cette équation s'écrit, en notant $C_0$ la concentration initiale (à $t = 0$) :

$$\boxed{C(t) = C_0 e^{-2kt}}$$

Pour vérifier la compatibilité avec les données, il faut calculer les différentes valeurs de $\ln C$ et les représenter sur un graphique. On en déduit que les résultats semblent compatibles avec un ordre 1.




La constante de vitesse se déduit directement de la pente :

$$k = 2{,}50 \times 10^{-3}\,\text{min}^{-1}$$

**Q11.** La conservation se fait à $T = 25\,°\text{C}$ et non pas à $T = 80\,°\text{C}$. Il faut donc déduire des mesures précédentes la constante de vitesse $k_0$ à $25\,°\text{C}$. D'après la loi d'Arrhénius :

$$\frac{k_0}{k} = \frac{Ae^{-E_a/RT_0}}{Ae^{-E_a/RT}} \quad \text{d'où} \quad k_0 = k\exp\left(-\frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right) = 7{,}54 \times 10^{-7}\,\text{min}^{-1}$$

On cherche le temps $t_1$ au bout duquel la variation de concentration atteint 1%, c'est-à-dire que $C(t_1) = 0,99C_0$. On en déduit :

$$0,99C_0 = C_0 e^{-2kt_1} \quad \text{soit} \quad \boxed{t_1 = -\frac{1}{k_0}\ln 0,99 = 6{,}7 \times 10^3\,\text{min} = 4{,}6\,\text{jours}}$$

Pour que la concentration soit stable à 1%, près il faut que la solution soit utilisée dans les 4 jours qui suivent sa préparation.

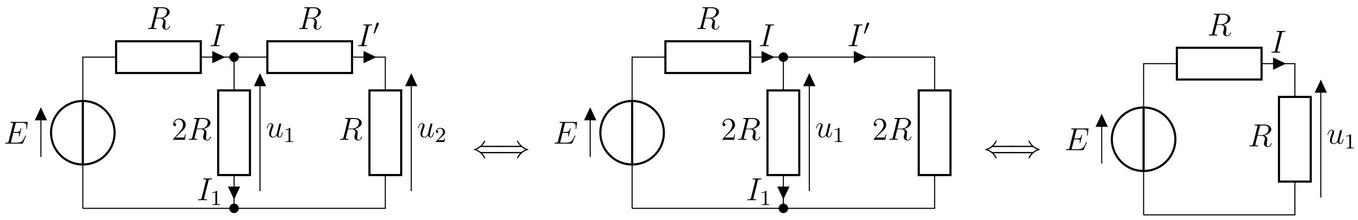
**Q12.** La durée de vie de la solution ne dépend pas de la concentration initiale : quelle que soit cette concentration initiale, la solution est stable à 1% près pendant un peu plus de 4 jours.

## 4 Divisions successives d'une tension de référence

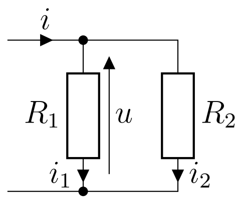
**Q13.** La résistance équivalente est $R_{\text{eq}} = 2R$. Ainsi, en appliquant la loi d'ohm aux bornes de cette résistance, on a $E = 2RI$ soit $I = E/(2R)$

**Q14.** On a un montage de type pont-diviseur de tension.

**Q15.** Les deux résistances $R$ parcourue par le courant $I'$ sont en série[1], elles sont donc équivalentes à une unique résistance $R + R = 2R$, elle-même en parallèle avec la résistance $2R$ parcourue par le courant $I_1$. Avec la loi d'association des résistances en parallèle, l'ensemble est équivalent à $\frac{2R \times 2R}{2R+2R} = R$. Nous nous retrouvons avec un circuit équivalent au circuit des questions précédentes, d'où le même courant $I$ qui le parcourt.




**Q16.**




Pour démontrer la relation du diviseur de courant, repartons de la situation où $i$ se divise en $i_1$ et $i_2$ dans deux résistances $R_1$ et $R_2$ en parallèles (donc soumises à une tension commune $u$).

Alors la loi d'Ohm implique

$$u = R_1 i_1 = R_2 i_2 \qquad \text{soit} \qquad i_2 = \frac{R_1}{R_2} i_1.$$

Et comme la loi des nœuds donne

$$i = i_1 + i_2 = i_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

nous en déduisons

$$\boxed{i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i}$$

Ici, comme $R_1 = R_2 = 2R$, le courant se divise simplement en deux parts égales :

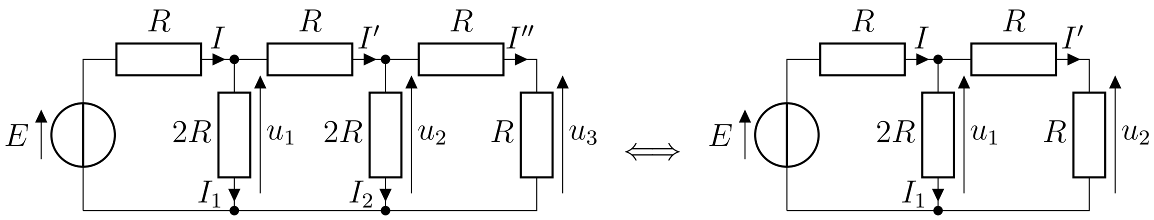
$$\boxed{I_1 = I' = \frac{I}{2}.}$$

**Q17.** Le courant $I$ est toujours celui de la question 12 puisque nous avons prouvé l'équivalence des deux circuits dans lequel le courant est inchangé. Nous en déduisons que

$$\boxed{I_1 = I' = \frac{E}{4R}, \qquad u_1 = 2R\, I_1 = \frac{E}{2} \quad \text{et} \qquad u_2 = R\, I' = \frac{E}{4}.}$$

**Q18.** Le même raisonnement sur $R + R$ en série, le tout en parallèle avec $2R$ permet de montrer l'équivalence du troisième circuit avec le deuxième.

1. car parcourues par un même courant...




Nous voyons que la tension $u_3$ se déduit de $u_2$ par un diviseur de tension tout en gardant l'ancienne expression de $u_2$ et il ne reste qu'à la diviser par $R$ pour obtenir $I''$

$$\boxed{u_3 = \frac{u_2}{2} = \frac{E}{8} = \frac{E}{2^3} \qquad \text{et} \qquad I'' = \frac{u_3}{R} = \frac{E}{8R}.}$$

**Q19.** À chaque étage rajouté, la tension est divisée par deux, il faut donc trouver le nombre de $n$ d'étages tel que

$$\frac{E}{2^n} \leq V_{\text{cible}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{n \geq \frac{\ln\left(\frac{E}{V_{\text{cible}}}\right)}{\ln(2)} = \frac{\ln\left(\frac{2{,}56}{0{,}08}\right)}{\ln(2)} = 5.}$$

Visiblement la valeur n'a pas été choisie par hasard et on aurait pu directement remarquer que $256 = 32 \times 8 = 2^5 \times 8$, d'où un circuit complet à cinq étages nécessaires.

# 5 Stratégies de charge d'un condensateur

## 5.1 Premier procédé de charge

**Q20.** D'après la loi des mailles, on a $u_c + Ri = E$. En utilisant la loi de comportement du condensateur $i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$, et en divisant par $RC$ on arrive à :

$$\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_c = \frac{E}{RC} \qquad \text{donc} \boxed{\tau = RC}$$

**Q21.** Le condensateur est initialement déchargé donc $u_c(0^-) = 0$ (juste avant le basculement de l'interrupteur). La tension aux bornes d'un condensateur est continue, donc $u_c(0^-) = u_c(0^+)$. On en déduit :

$$\boxed{u_c(0^+) = 0}$$

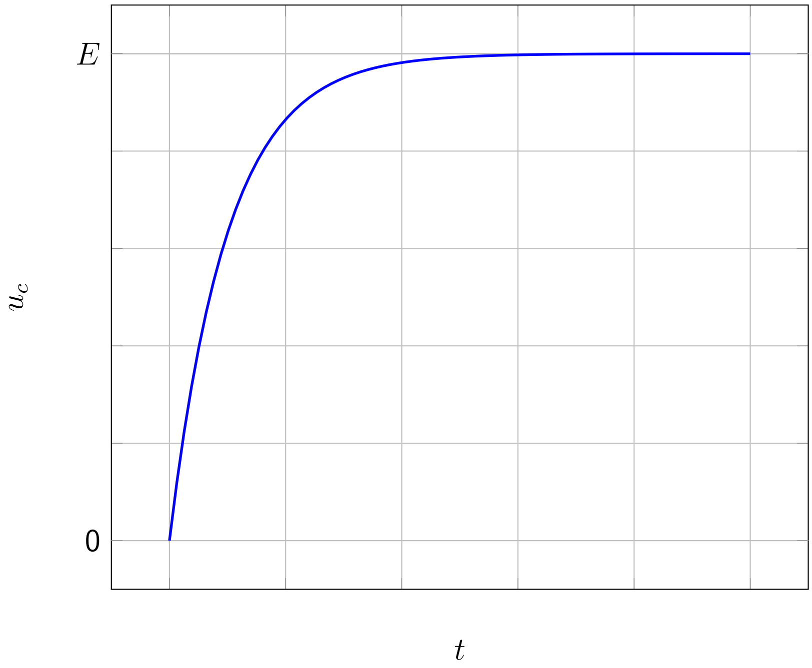
**Q22.** La solution de cette équation est la somme de la solution de l'équation homogène ($u_{c1}(t) = Ae^{-t/\tau}$ et de la solution particulière $u_{c2} = E$ :

$$u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + E$$

A $t = 0^+$, on a $u_c(0^+) = 0$ donc on en déduit $A = -E$. Ainsi :

$$\boxed{u_c(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

**Q23.**




**Q24.** L'énergie stockée par le condensateur à un instant $t$ s'écrit : $E_c = \frac{1}{2}Cu_c^2(t)$. A la fin de la charge $u_c = E$, donc on en déuit l'énergie stockée :

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}CE^2}$$

**Q25.** D'après la loi de comportement du condensateur $i_c(t) = C\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$, on en déduit :

$$\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = \frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}e^{-t/\tau} \qquad \text{donc} \qquad \boxed{i_c(t) = \frac{E}{R}e^{-t/\tau}}$$

**Q26.** La puissance électrique fournie par le générateur (de fem $E$) à l'instant $t$ s'écrit : $P_g = Ei(t) = \frac{E^2}{R}e^{-t/\tau}$.
L'énergie électrique fournie par le générateur sur l'ensemble de la charge est :

$$E_g = \int_0^{\infty} P_g \mathrm{d}t = \frac{E^2}{R}\int_0^{\infty} e^{-t/\tau}\mathrm{d}t = \frac{E^2}{R}(-\tau)\left[e^{-t/\tau}\right]_0^{\infty} = \frac{E^2}{R}(-\tau)(-1) = E^2C$$

**Q27.** L'énergie fournie est celle du générateur donc $E_{\text{fournie}} = E_g$, et l'énergie stockée par le condensateur est $E_c$. Ainsi :

$$\eta = \frac{E_c}{E_g} = \frac{\frac{1}{2}CE^2}{E^2C} \quad \text{soit} \quad \boxed{\eta = \frac{1}{2}}$$

On trouve que le rendement est indépendant de $R$. La moitié de l'énergie est stockée par le condensateur et l'autre moitié dissipée par effet Joule dans la résistance.

## 5.2 Second procédé de charge

**Q28.** Par analogie avec le premier procédé de charge, en remplaçant $E$ par $E/2$, on a :

$$\boxed{u_c(t) = \frac{E}{2}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$

**Q29.** On cherche $u_c(t_1) = 0,99\frac{E}{2}$ :

$$\begin{aligned} u_c(t_1) &= 0,99\frac{E}{2} \\ \frac{E}{2}\left(1 - e^{-t_1/\tau}\right) &= 0,99\frac{E}{2} \\ 1 - e^{-t_1/\tau} &= 0,99 \\ e^{-t_1/\tau} &= 0,01 \\ -\frac{t_1}{\tau} &= \ln(0,01) \\ t_1 &= -\tau\ln(0,01) \approx 5\tau \end{aligned}$$

**Q30.** En position (2) l'équation différentielle est : $\dfrac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_c}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}$. La solution de cette équation différentielle est :

$$u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + E$$

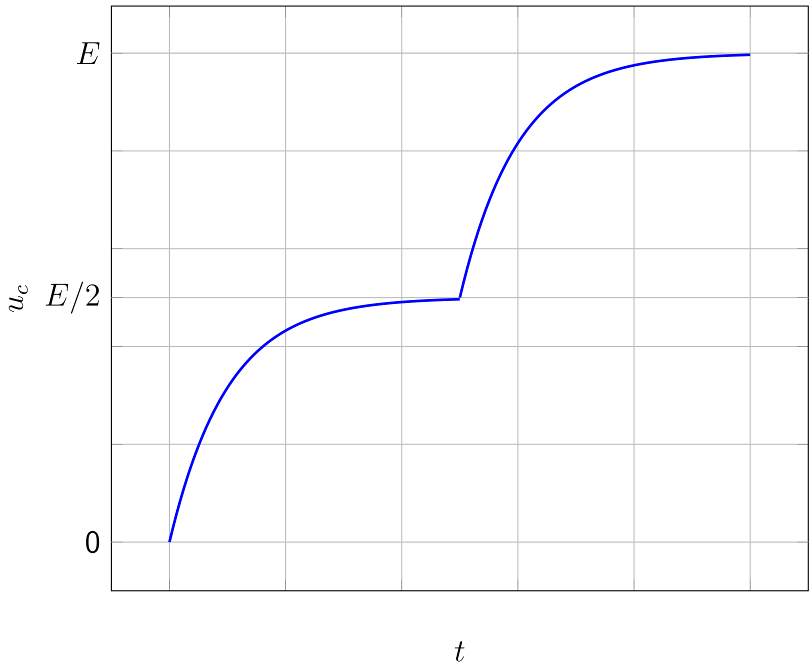
D'après la continuité de $u_c$ la condition initiale est $u_c(t_1^+) = u_c(t_1^-) = \frac{E}{2}$ :

$$u_c(t_1) = \frac{E}{2} = Ae^{-t_1/\tau} + E \qquad \text{soit} \qquad Ae^{-t_1/\tau} = -\frac{E}{2}$$

Ainsi $\boxed{A = -\dfrac{E}{2}e^{-t_1/\tau}}$, donc :

$$\boxed{u_c(t) = -\frac{E}{2}e^{-(t-t_1)/\tau} + E}$$

**Q31.**



Tracer l'allure de $u_c(t)$ en fonction du temps au cours de l'ensemble des deux phases de charge.

**Q32.** Pour $0 \leq t < t_1$, on a :

$$\boxed{i_c(t) = \frac{E}{2R}e^{-t/\tau}}$$

Pour $t \geq t_1$, on a

$$i_c(t) = C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(-\frac{E}{2}e^{-(t-t_1)/\tau} + E\right) = \frac{CE}{2\tau}e^{-(t-t_1)/\tau} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{i_c(t) = \frac{E}{2R}e^{-(t-t_1)/\tau}}$$

**Q33.** Pour $0 \leq t < t_1$, on a (par analogie en considérant la charge terminée à $t_1$) :

$$E_{\text{fournie1}} = \frac{CE^2}{4}$$

Pour Pour $0 \leq t < t_1$, on a :

$$\begin{aligned} E_{\text{fournie2}} &= \int_{t_1}^{\infty} E \times \frac{E}{2R}e^{-(t-t_1)/\tau}\mathrm{d}t \\ &= \frac{E^2}{2R}\left[-\tau e^{-(t-t_1)/\tau}\right]_0^{\infty} \\ &= -\frac{CE^2}{2}(0-1) = \frac{CE^2}{2} \end{aligned}$$

Ainsi l'énergie fournie pendant les deux phases est :

$$E_{\text{fournie}} = \frac{CE^2}{4} + \frac{CE^2}{2} = \frac{3CE^2}{4}$$

**Q34.** Le rendement pour ce procédé de charge est :

$$\boxed{\eta_2 = \frac{\frac{1}{2}CE^2}{\frac{3}{4}CE^2} = \frac{2}{3}}$$

L'avantage de ce second procédé de charge est d'obtenir un meilleur rendement mais il faut disposer de deux circuits de charges. De plus le temps total de charge est plus long.
On peut atteindre un rendement de 100% il faudrait découper la charge en $n$ charges où la tension augmente par pallier de $E/n$ et faire tendre $n$ vers l'infinie. Le désavantage est d'avoir un temps de charge qui devient très long.

## 5.3 Résolution numérique

**Q35.** La méthode d'Euler permet de calculer l'évolution temporelle d'une grandeur $u$ en faisant l'approximation suivante :

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \approx \frac{u(t+dt) - u(t)}{\mathrm{d}t}$$

Ainsi :

$$\frac{u_c(t+dt) - u_c(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{u_c(t)}{\tau} = \frac{E}{\tau}$$

**Q36.** On peut donc calculer $u_c(t + \mathrm{d}t)$ en connaissant $u_c(t)$ :

$$u_c(t+\mathrm{d}t) = u_c(t) + \left(\frac{E}{\tau} - \frac{u_c(t)}{\tau}\right)\mathrm{d}t$$

**Q37.** `N = int(dt/t_f)`

**Q38.**

```python
for i in range (N-1):
    u[i+1] = u[i] + (E/tau + u[i]/tau)*dt
    t[i+1] = t[i] + dt
```

**Q39.**

```python
plt.figure (1)
plt.plot(t,u)
plt.xlabel(" t (s) ")
plt.ylabel(" u_c (V) ")
plt.legend()
plt.show()
```

# 6 Lancer de poids

## 6.1 Équations horaires du mouvement

**Q40.** $\vec{v}_0 = v_0 \cos\alpha \vec{e_x} + v_0 \sin\alpha \vec{e_y}$

**Q41.** $\overrightarrow{OM}(0) = H\vec{e_y}$

**Q42.** Le mouvement est à accélération constante donc $a(t) = -g\,\vec{e}_y$. Ainsi on en déduit par intégration :

$$\vec{v}(t) = -gt\vec{e_y} + \vec{v}_0 = -gt\vec{e_y} + v_0\cos\alpha\vec{e_x} + v_0\sin\alpha\vec{e_y}$$

Un seconde intégration permet d'obtenir le vecteur position :

$$\overrightarrow{OM}(t) = -\frac{1}{2}gt^2\vec{e_y} + v_0 t\cos\alpha\vec{e_x} + v_0 t\sin\alpha\vec{e_y} + H\vec{e_y}$$

En coordonnées cartésiennes, le vecteur position s'écrit : $\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{e_x} + y(t)\vec{e_y}$. On en déduit :

$$x(t) = v_0 t\cos\alpha$$
$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\sin\alpha + H$$

**Q43.** Suivant l'axe $Ox$ le mouvement est **uniforme** (vitesse $v_x$ constante).

## 6.2 Sommet de la trajectoire

**Q44.** Le boulet atteint le sommet de la trajectoire si sa vitesse verticale $v_y$ est nulle :

$$v_y(t_s) = 0 = -gt_s + v_0 \sin\alpha \qquad \text{soit} \qquad \boxed{t_s = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}}$$

On note $(x_s, y_s)$ les coordonnées du sommet $S$ de la trajectoire du boulet.
**Q45.** Il suffit de remplacer $t_s$ dans l'équation horaire selon $x$ :

$$x(t_s) = v_0 \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \cos\alpha \quad \text{soit} \quad \boxed{x_s = \frac{v_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g}}$$

**Q46.** Il suffit de remplacer $t_s$ dans l'équation horaire selon $y$ :

$$y(t_s) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + v_0 \frac{v_0 \sin\alpha}{g}\sin\alpha + H = -\frac{1}{2}g\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g^2} + \frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g} + H$$

On a donc :

$$\boxed{y(t_s) = \frac{1}{2}\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g} + H}$$

## 6.3 Détermination du meilleur lancer

**Q47.** D'après l'équation du mouvement suivant $x$, on a $t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$. Ainsi :

$$y(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2 + v_0\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)\sin\alpha + H$$

soit :

$$\boxed{y(x) = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + H}$$

**Q48.** Le boulet chute si $y(x_c) = 0$, donc :

$$y(x_c) = 0 = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + H$$

Si l'on veut $A = \frac{g}{2v_0^2}$, il faut multiplier l'équation précédente par $-\cos^2\alpha$. On a donc :

$$B = -\tan\alpha\cos^2\alpha = -\sin\alpha\cos\alpha$$
$$C = -H\cos^2\alpha$$

Établir l'équation du second ordre régissant la coordonnée $x_c$ du point de chute du boulet sur le sol. On mettra cette équation sous la forme :

$$Ax_c^2 + Bx_c + C = 0$$

avec $A = \frac{g}{2v_0^2}$, $B$ et $C$ étant des paramètres ne dépendant que de $H$ et $\alpha$.
**Q49.** D'après l'équation 2, $a$ doit être homogène à l'inverse d'une longueur puisque le produit $aH$ est

sans dimension. D'après l'équation 3 on a :

$$[a] = \frac{[g]}{[v_0]^2} = \frac{L.T^{-2}}{L^2.T^{-2}} = \frac{1}{L} = L^{-1}$$

L'équation 3 conduit bien à une dimension correcte pour $a$.

**Q50.**

$$x_{cm} = \frac{2H\cos(\alpha_m)\sin(\alpha_m)}{\cos^2(\alpha_m) - \sin^2(\alpha_m)} = \frac{2H\tan\alpha_m}{1-\tan^2\alpha_m}$$

En remplaçant à l'aide de l'équation 2, on obtient :

$$x_{cm} = \frac{2H\frac{1}{\sqrt{1+aH}}}{1-\frac{1}{1+aH}} = \frac{2H\frac{1}{\sqrt{1+aH}}}{\frac{aH}{1+aH}} = \frac{2H\sqrt{1+aH}}{aH}$$

En remplaçant $a$ par l'expression données et en multipliant par $v_0^2/v_0^2$, on arrive à

$$x_{cm} = \frac{v_0}{g}\sqrt{v_0^2 + 2gH}$$

.

**Q51.** Si $H$ augmente, on voir que $c_{cm}$ augmente : un athlète de grande taille pourra donc lancer le boulet plus loin pour une même vitesse initiale.

**Q52.** On trouve $\boxed{x_{cm} = 11{,}8\,\text{m}}$ et $\boxed{\alpha_m = 40{,}2°}$.