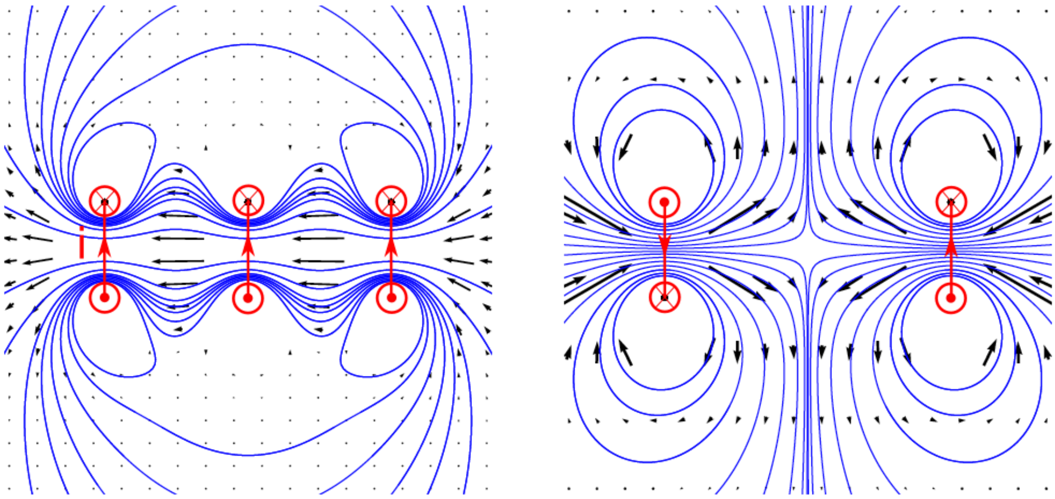
I1 Force et couple de Laplace

Exercice 1 - Cartes de champ



Exercice 2 - Bobine plate

1. Le champ magnétique est suivant $+\vec{u}_z$.
2. Au centre de la spire $\alpha = \frac{\pi}{2}$, on a donc : $B(0) = \frac{\mu_0 I}{2R} = 31{,}4\,\mu\text{T}$.
3. D'après le schéma on a $\sin\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$. Le champ magnétique à une distance z est donc :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{\sqrt{(R^2+z^2)^3}}\vec{u}_z \quad \text{soit} \quad B(z = 10\,\text{cm}) = 0{,}24\,\mu\text{T}$$

4. On cherche z tel que : $\frac{B(z)}{B(0)} = 0,1$. On calcul donc le rapport $B(z)/B(0)$:

$$\frac{B(z)}{B(0)} = \frac{R^3}{\sqrt{(R^2+z^2)^3}} = \frac{R^3}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} = \left(\frac{R^2}{R^2+z^2}\right)^{3/2} = 0,1$$

   On doit donc résoudre :

$$\frac{R^2}{R^2+z^2} = 0,1^{2/3} \quad \rightarrow \quad \boxed{x \approx 1,9R}$$

5. On cherche une expression du champ magnétique si $z >> R$. Dire $B(z >> R) \approx 0$ est une approximation trop brutale et ne permet pas d'en déduire une expression de B. Si $z >> R$ alors $R^2 + z^2 \approx z^2$, donc :

$$\boxed{B(x) = \mu_0 \frac{I}{2}\frac{R^2}{z^3}}$$

6. On se sert ici de la similitude entre le champ créé par un aimant et le champ créé par un solénoïde. La norme du moment magnétique pour 1 spire de rayon R est $M = IS = I\pi R^2$. Ainsi on en déduit : $I = \frac{M}{\pi R^2}$:

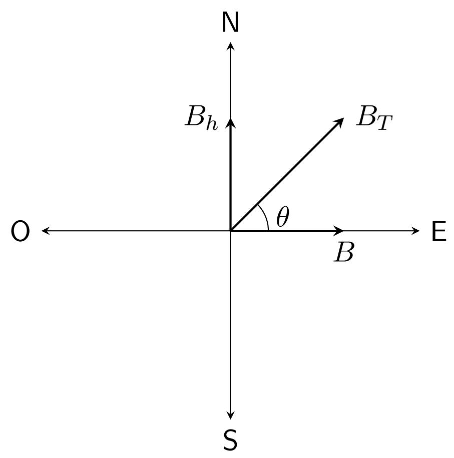
$$B(x) = \mu_0 \frac{IR^2}{2z^3} = \mu_0 \frac{M}{2\pi z^3}$$

Exercice 3 - Aimantation

1. Le moment magnétique est défini par : $\overrightarrow{M} = i\overrightarrow{S}$. Le moment magnétique s'exprime donc en A · m^2. L'aimantation est le moment magnétique par unité de volume (m^3), donc elle s'exprime en A · m^{-1}. C'est cohérent avec l'unité du tableau.
2. Il faut calculer le volume du disque : $V = \pi R^2 e = 7{,}9 \times 10^{-8}\,\mathrm{m}^3$. On peut calculer l'intensité du moment magnétique :
$$M = A \times V = 3000 \times 7{,}9 \times 10^{-8} = 0{,}24\,\mathrm{A \cdot m^2}$$
Avec une bobine de rayon R il faudrait :
$$M = NiS = Ni\pi R^2 \quad \rightarrow \quad N \approx 30\,500\,\text{spires}$$
Les aimants NdFeB créent un champ très important. Pour reproduire ce champ avec une bobine, il faut beaucoup de spires !

Exercice 4 - Mesure du champ magnétique terrestre

Soit B_h le champ magnétique horizontal de la Terre, B le champ magnétique créé par le solénoïde et B_T le champ magnétique total vu par l'aiguille aimantée. On peut résumer la situation par le schéma suivant :



1. Le champ magnétique créé par le solénoïde est :
$$B = \mu_0 N I = 26{,}1\,\mathrm{\mu T}$$
2. On exprime la relation entre α, B_h et B :
$$\tan\alpha = \frac{B_h}{B} \quad \rightarrow \quad B_h = B\tan\alpha = 34{,}5\,\mathrm{\mu T}$$
Pour trouver l'incertitude sur B_h, on utilse la formule de propagation des incertitudes :
$$\Delta B_h = \sqrt{\left(\frac{\partial B_h}{\partial \alpha}\right)^2 \Delta\alpha^2} = B\frac{\mathrm{d}\tan\alpha}{\mathrm{d}\alpha}\Delta\alpha = \frac{B}{\cos^2\alpha}\Delta\alpha = 2{,}5\,\mathrm{\mu T}$$
On ne garde qu'un chiffre significatif pour l'incertitude et on obtient donc :
$$\boxed{B_h = (35 \pm 3)\mathrm{\mu T}}$$