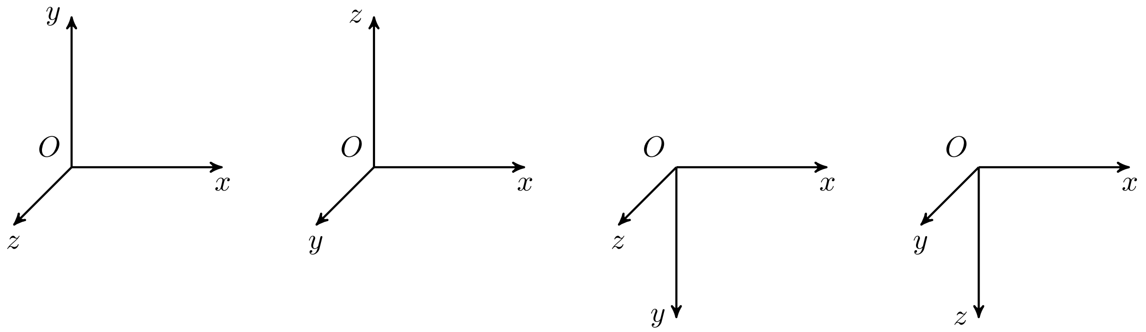
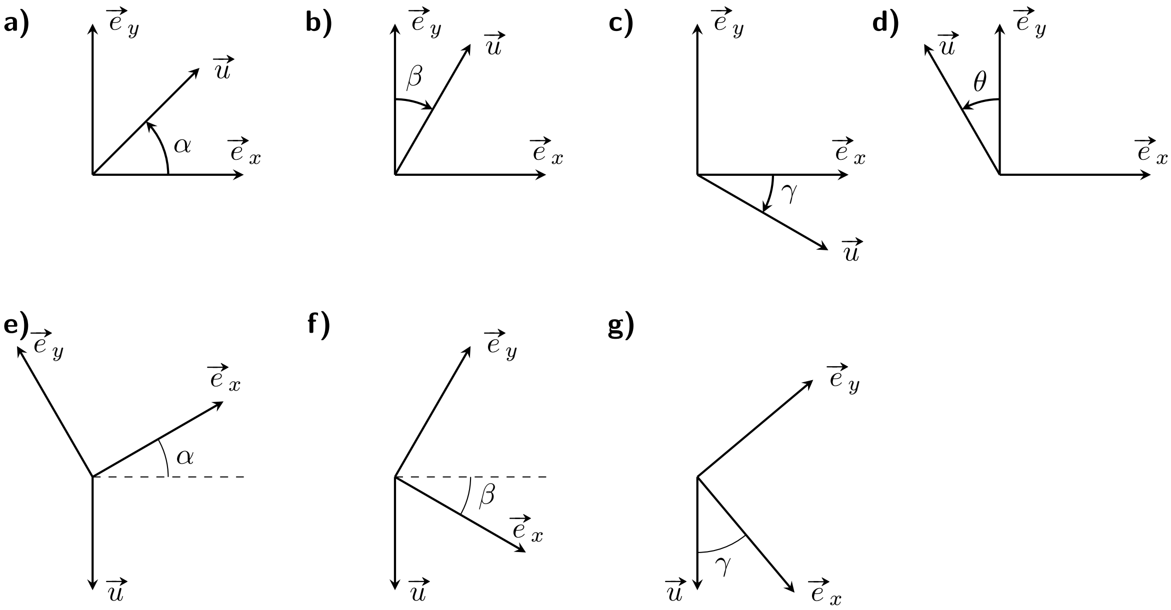
M1 Cinématique du point

Exercice 1 - Questions courtes

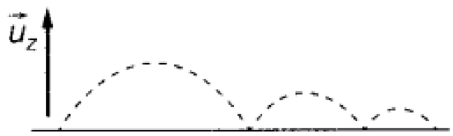
1. Parmi les repères ci-dessous, indiquer lesquels sont orientés de façon directe.



2. Projeter le vecteur u dans la base $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$.

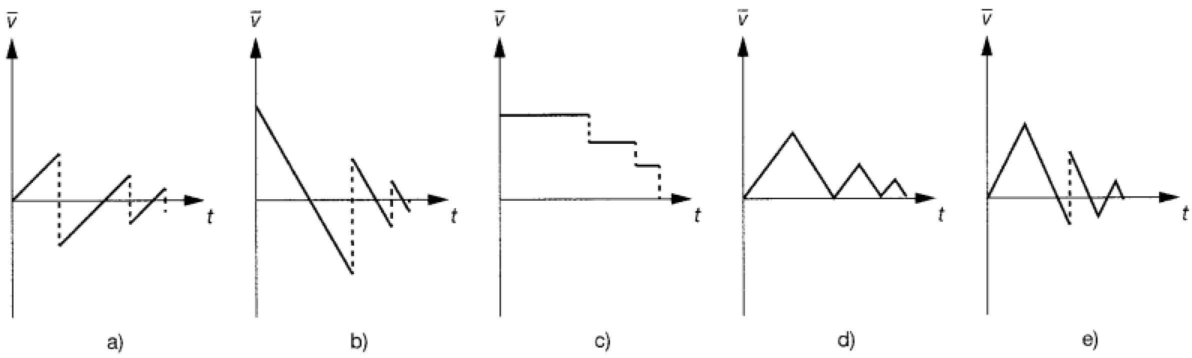


3. Une balle est lancée et suit la trajectoire ci-contre.



   (a) Quelle courbe ci-dessous correspond le mieux à l'évolution de v_z (composante verticale de la vitesse) au cours du temps ? Commenter l'allure de cette évolution.

   (b) Quelle courbe ci-dessous correspond le mieux à l'évolution de v_x (composante horizontale de la vitesse) au cours du temps ? Commenter l'allure de cette évolution.



Exercice 2 - Éléments de cinématiques

1. On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes sont, à chaque instant $x(t) = a_0 t^2 + x_0$, $y(t) = -v_0 t$ et $z(t) = z_0$ avec $x_0 = -z_0 = 1\,\text{m}$, $a_0 = 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ et $v_0 = 3\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.
   (a) Déterminer les composantes des vecteurs vitesse et accélération dans la base cartésienne.
   (b) Calculer la norme de la vitesse de M à la date $t = 2\,\text{s}$.
   (c) Calculer la norme de l'accélération de M à la date $t = 11\,\text{s}$.
2. On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cylindriques sont, à chaque instant $r(t) = R$, $\theta(t) = \omega t$ et $z(t) = v_0 t$ où R, v_0 et ω sont des constantes.
   (a) Déterminer les composantes des vecteurs position, vitesse et accélération dans la base cylindrique.
   (b) Quelle est la direction du vecteur accélération ? Quel nom donne-t-on alors à l'accélération ?
   (c) Donner l'allure de la trajectoire, appelée hélice.

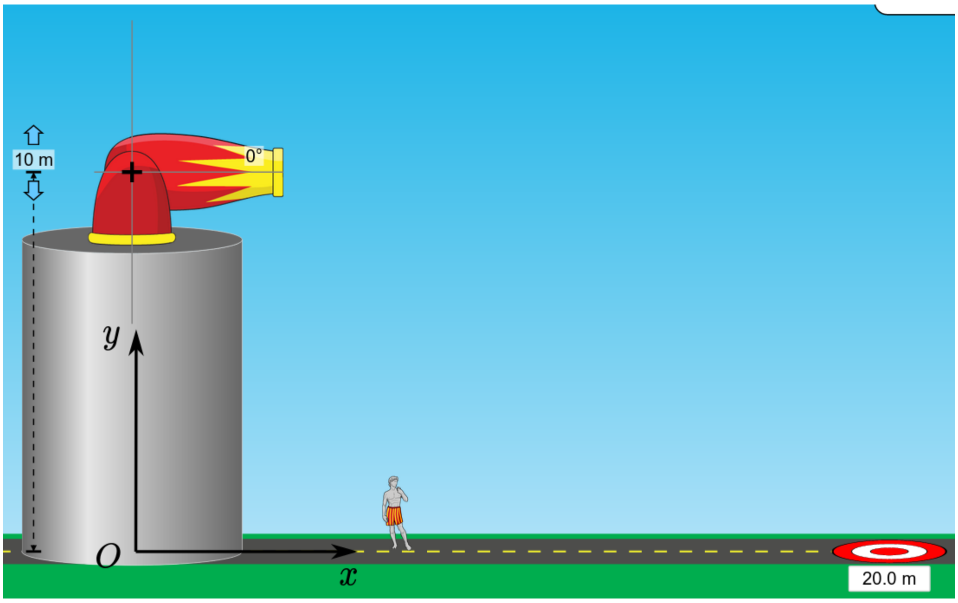
Exercice 3 - Degrés de liberté

Pour chaque situation ci-dessous, identifier les degrés de liberté et et les nommer, puis en déduire les coordonnées adaptées. Conclure par un schéma.

1. On étudie un pendule constitué d'une masse m au bout d'une tige inextensible et sans masse de longueur ℓ. On suppose que le point d'attache de la tige impose un mouvement plan.
2. On étudie une masse m repérée par le point M qui est contrainte à glisser le long d'un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Le mouvement est supposé plan.
3. On étudie une masse m repérée par le point M lancée initialement en l'air avec le vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$. Le mouvement est supposé plan.

Exercice 4 - Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

On considère le mouvement d'un projectile lancé avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$. On choisit le repère tel que le point de lancement soit situé à $x_0 = 0$ et $y_0 = h$ avec $h = 10\,\text{m}$ (voir schéma ci-dessous).



On reprendra la méthode du paragraphe 4.2) Mouvement courbe uniformément accéléré. **Les étapes de ce paragraphes sont à savoir refaire !**. On a comme conditions initiales :

$$\overrightarrow{OM}(0) = h\vec{e}_y \qquad \vec{v}(0) = v_0\vec{e}_x \quad \vec{a}(0) = -g\vec{e}_y$$

avec g l'accélération de la pesanteur.

1. Donner les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$.
2. Donner l'équation de la trajectoire $y(x)$
3. On souhaite que le projectile atteigne la cible. Donner ses coordonnées dans le repère cartésien.
4. Quelle doit être la vitesse initiale v_0 pour atteindre la cible ?

A faire à la maison : reprendre les questions précédentes mais en considérant un angle α (avec $\alpha = 45°$) tel que :

$$\vec{v}(0) = v_0 \cos\alpha \vec{e}_x + v_0 \sin\alpha \vec{e}_y$$

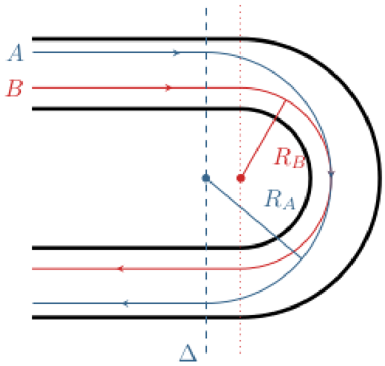
De plus, donner l'expression et la valeur de la hauteur maximale atteint par le projectile.
Vous pouvez vérifier votre résultat sur `https://bit.ly/39nTJYP`

Exercice 5 - Descente dans un parking souterrain

L'architecture du parking des Halles de Lyon est telle que lorsqu'une voiture descend elle reste à distance constante de l'axe du parking. On supposera l'inclinaison de la rampe de parking constante, on ne décrira la voiture que par un point et on supposera qu'elle se déplace dans le parking à vitesse constante

1. Justifier que le repérage adapté à décrire le mouvement de la voiture dans le parking est une repérage cylindrique.
2. Donner sans calcul les équations horaires $r(t)$ et $z(t)$.
3. Exprimer le vecteur vitesse de la voiture et le vecteur accélération.
4. En déduire que l'accélération de la voiture est toujours radiale, c'est-à-dire portée par le vecteur $\vec{e}_r$.

Exercice 6 - Course de kart



Deux conducteurs A et B s'affrontent lors d'une course de Karting. Ils arrivent en ligne droite et coupent l'axe Δ au même instant de leur parcours. Ils prennent le virage de deux façon différentes :

— Le kart A suit une trajectoire circulaire de centre O et de rayon $r_A = 90\,\text{m}$.

— Le kart B suit une trajectoire circulaire de centre O' et de rayon $r_B = 75\,\text{m}$.

On cherche à déterminer lequel des deux candidats sortira en premier du virage en courant à nouveau l'axe Δ gagnant ainsi la course. On suppose $OO' = R_A - R_B$.

1. Déterminer puis calculer les longueurs L_A et L_B parcourues par les deux pilotes entre leurs deux passages par l'axe Δ. Peut-on conclure ?
2. Pour simplifier, on imagine que les deux voitures roulent à des vitesses v_A et v_B constantes entre leurs deux passages par l'axe Δ. Déterminer ces vitesses en sachant que l'accélération des voitures doit rester inférieure à $0,8g$: au delà de cette limite, elles dérapent et finissent la course dans les graviers. Les calculer numériquement.
3. Conclure. Qui est le gagnant ?

Exercice 7 - Calcul de décélération

Une voiture roule à la vitesse $v_0 = 50\,\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$. Elle freine brusquement jusqu'à l'arrêt total sur une distance de $d = 15\,\text{m}$. En supposant l'accélération uniforme, donner la valeur de a_0 et la comparer à l'accélération de la pesanteur.